

Psychology 454: Latent Variable Modeling

More on the problem of regression

William Revelle

Department of Psychology
Northwestern University
Evanston, Illinois USA



NORTHWESTERN
UNIVERSITY

October, 2016

Outline

The problem
regressions

Stronger Predictors

More variables!
regressions

Latent variable modeling

Consider a typical prediction problem

1. A limited number of subjects
2. An ambitious researcher with many predictor variables
(Multiple approach variables, multiple avoidance variables)
3. A large number of mediating variables (Emotional States)
4. Several criterion variables (Human Performance)
5. The general linear model

Lets simulate it

R code

```

approach <- matrix(c(rep(.7,3),rep(0,6),rep(.7,3)),ncol=2)
avoidance <- matrix(c(rep(.7,3),rep(0,6),rep(.7,3)),ncol=2)
Phi <- matrix(c(1,.2,.4,0,.2,1,0,.4,.4,0,1,.2,0,.4,.2,1),ncol=4)
approach
Phi

```

```

approach
      [,1] [,2]
[1,]  0.7  0.0
[2,]  0.7  0.0
[3,]  0.7  0.0
[4,]  0.0  0.7
[5,]  0.0  0.7
[6,]  0.0  0.7
> Phi
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1.0  0.2  0.4  0.0
[2,]  0.2  1.0  0.0  0.4
[3,]  0.4  0.0  1.0  0.2
[4,]  0.0  0.4  0.2  1.0

```

simulate 1 set

R code

```

set.seed(42)
> sim1 <- sim.structure(fx=approach, Phi=Phi, fy=avoidance, n=128)
> sim1

```

```
all: sim.structure(fx = approach, Phi = Phi, fy = avoidance, n = 128)
```

```

$model (Population correlation matrix)
      Vx1    Vx2    Vx3    Vx4    Vx5    Vx6    Vy1    Vy2    Vy3    Vy4    Vy5    Vy6
Vx1 1.000 0.490 0.490 0.098 0.098 0.098 0.196 0.196 0.196 0.000 0.000 0.000
Vx2 0.490 1.000 0.490 0.098 0.098 0.098 0.196 0.196 0.196 0.000 0.000 0.000
Vx3 0.490 0.490 1.000 0.098 0.098 0.098 0.196 0.196 0.196 0.000 0.000 0.000
Vx4 0.098 0.098 0.098 1.000 0.490 0.490 0.000 0.000 0.000 0.196 0.196 0.196
Vx5 0.098 0.098 0.098 0.490 1.000 0.490 0.000 0.000 0.000 0.196 0.196 0.196
Vx6 0.098 0.098 0.098 0.490 0.490 1.000 0.000 0.000 0.000 0.196 0.196 0.196
Vy1 0.196 0.196 0.196 0.000 0.000 0.000 1.000 0.490 0.490 0.098 0.098 0.098
Vy2 0.196 0.196 0.196 0.000 0.000 0.000 0.490 1.000 0.490 0.098 0.098 0.098
Vy3 0.196 0.196 0.196 0.000 0.000 0.000 0.490 0.490 1.000 0.098 0.098 0.098
Vy4 0.000 0.000 0.000 0.196 0.196 0.196 0.098 0.098 0.098 1.000 0.490 0.490
Vy5 0.000 0.000 0.000 0.196 0.196 0.196 0.098 0.098 0.098 0.490 1.000 0.490
Vy6 0.000 0.000 0.000 0.196 0.196 0.196 0.098 0.098 0.098 0.490 0.490 1.000

```

Regressions on the model

R code

```
setCor (x=1:6, y=7:12, data=sim1$model)
```

Beta weights

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
Vx1	0.10	0.10	0.10	-0.02	-0.02	-0.02
Vx2	0.10	0.10	0.10	-0.02	-0.02	-0.02
Vx3	0.10	0.10	0.10	-0.02	-0.02	-0.02
Vx4	-0.02	-0.02	-0.02	0.10	0.10	0.10
Vx5	-0.02	-0.02	-0.02	0.10	0.10	0.10
Vx6	-0.02	-0.02	-0.02	0.10	0.10	0.10

Multiple R

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24

multiple R2

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06

Unweighted multiple R

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16

Unweighted multiple R2

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03

Regressions on the data

R code

```
setCor(x=1:6,y=7:12,data=sim1$r)
```

Multiple Regression from matrix input

Beta weights

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
Vx1	-0.02	-0.07	0.06	-0.09	-0.11	-0.13
Vx2	0.09	0.12	0.05	0.07	0.13	-0.03
Vx3	0.10	0.20	0.17	0.02	-0.07	-0.01
Vx4	0.00	-0.01	0.14	0.19	0.04	0.24
Vx5	0.08	0.06	-0.09	0.09	0.13	0.09
Vx6	0.05	0.05	-0.07	0.08	0.17	0.12

Multiple R

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.21	0.27	0.28	0.31	0.30	0.36

multiple R2

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.043	0.075	0.078	0.094	0.090	0.127

Unweighted multiple R

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.19	0.23	0.19	0.24	0.18	0.22

Unweighted multiple R2

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.04	0.05	0.04	0.06	0.03	0.05

Simulate a second data set and try regressions again

R code

```
sim2 <- sim.structure(fx=approach, Phi=Phi, fy=avoidance, n=128)
setCor(x=1:6, y=7:12, data=sim2$r)
```

```
Call: setCor(y = 7:12, x = 1:6, data = sim2$r)
```

Multiple Regression from matrix input

Beta weights

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
Vx1	-0.03	0.28	0.03	0.17	0.04	0.00
Vx2	0.12	0.10	0.25	-0.23	-0.14	-0.05
Vx3	0.37	0.05	0.13	-0.01	0.00	-0.03
Vx4	-0.08	-0.07	0.00	0.21	0.06	0.04
Vx5	-0.06	-0.07	-0.13	0.03	-0.08	0.14
Vx6	-0.01	-0.01	0.12	0.07	0.27	0.12

Multiple R

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
	0.44	0.38	0.38	0.35	0.29	0.25

multiple R²

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
	0.191	0.143	0.145	0.122	0.086	0.061

Unweighted multiple R

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
	0.29	0.28	0.26	0.24	0.17	0.18

Unweighted multiple R²

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
	0.08	0.08	0.07	0.06	0.03	0.03

Summary of the problem so far

1. Regression weights reflect unique contribution of the variables
2. Decrease as we add more variables
3. Are very sensitive to sample variation
4. The “bouncing beta” problem.

Stronger Predictors – adjust the Phi matrix

R code

```
Phi2 <- matrix(c(1, .2, .6, 0, .2, 1, 0, .6, .6, 0, 1, .2, 0, .6, .2, 1), ncol=4)  
Phi2
```

```
Phi2 <- matrix(c(1, .2, .6, 0, .2, 1, 0, .6, .6, 0, 1, .2, 0, .6, .2, 1), ncol=4)  
> Phi2  
      [,1] [,2] [,3] [,4]  
[1,] 1.0  0.2  0.6  0.0  
[2,] 0.2  1.0  0.0  0.6  
[3,] 0.6  0.0  1.0  0.2  
[4,] 0.0  0.6  0.2  1.0
```

Find the model beta weights

R code

```
set.seed(42)
sim3 <- sim.structure(fx=approach, Phi=Phi2, fy=avoidance, n=128)
setCor(x=1:6, y=7:12, data=sim3$model)
```

```
Call: setCor(y = 7:12, x = 1:6, data = sim3$model)
```

```
Multiple Regression from matrix input
```

```
Beta weights
```

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
Vx1	0.15	0.15	0.15	-0.02	-0.02	-0.02
Vx2	0.15	0.15	0.15	-0.02	-0.02	-0.02
Vx3	0.15	0.15	0.15	-0.02	-0.02	-0.02
Vx4	-0.02	-0.02	-0.02	0.15	0.15	0.15
Vx5	-0.02	-0.02	-0.02	0.15	0.15	0.15
Vx6	-0.02	-0.02	-0.02	0.15	0.15	0.15

```
Multiple R
```

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37

```
multiple R2
```

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

```
Unweighted multiple R
```

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24

```
Unweighted multiple R2
```

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
-----	-----	-----	-----	-----	-----

R code

```
setCor(x=1:6,y=7:12,data=sim3$r)
```

```
setCor(x=1:6,y=7:12,data=sim3$r)
Call: setCor(y = 7:12, x = 1:6, data = sim3$r)
```

Multiple Regression from matrix input

Beta weights

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
Vx1	0.23	0.16	0.23	0.05	-0.08	-0.01
Vx2	0.13	0.10	0.16	-0.06	0.20	-0.01
Vx3	0.16	0.32	0.19	-0.02	-0.03	0.03
Vx4	0.03	0.13	0.07	0.22	0.29	0.22
Vx5	-0.02	-0.10	-0.21	0.06	0.12	-0.01
Vx6	-0.02	-0.15	-0.03	0.21	-0.11	0.19

Multiple R

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.42	0.48	0.47	0.39	0.39	0.34

multiple R2

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.17	0.23	0.22	0.15	0.15	0.12

Unweighted multiple R

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.32	0.32	0.30	0.29	0.28	0.26

Unweighted multiple R2

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.10	0.10	0.09	0.08	0.08	0.07

R code

```
sim3 <- sim.structure(fx=approach,Phi=Phi2,fy=avoidance,n=128)
setCor(x=1:6,y=7:12,data=sim4$r)
```

```
sim3 <- sim.structure(fx=approach,Phi=Phi2,fy=avoidance,n=128)
> setCor(x=1:6,y=7:12,data=sim4$r)
Call: setCor(y = 7:12, x = 1:6, data = sim4$r)
```

Multiple Regression from matrix input

Beta weights

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
Vx1	0.05	0.10	-0.06	-0.14	0.00	-0.07
Vx2	0.15	0.11	0.26	0.03	-0.13	-0.10
Vx3	0.30	0.28	0.15	-0.03	0.00	0.14
Vx4	0.06	-0.13	-0.22	0.24	0.23	0.20
Vx5	-0.04	0.01	-0.06	0.19	0.21	0.04
Vx6	-0.05	-0.01	0.14	0.22	0.15	0.31

Multiple R

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.42	0.42	0.37	0.51	0.47	0.49

multiple R2

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.18	0.18	0.14	0.26	0.22	0.24

Unweighted multiple R

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.30	0.31	0.24	0.37	0.34	0.35

Unweighted multiple R2

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6
0.09	0.10	0.06	0.13	0.11	0.12

Compare Model, Sim3 and Sim4

```
#sim3 model
Multiple R
  Vy1  Vy2  Vy3  Vy4  Vy5  Vy6
0.37 0.37 0.37 0.37 0.37 0.37
multiple R2
  Vy1  Vy2  Vy3  Vy4  Vy5  Vy6
0.13 0.13 0.13 0.13 0.13 0.13
```

```
#sim 3 data
Multiple R
  Vy1  Vy2  Vy3  Vy4  Vy5  Vy6
0.42 0.48 0.47 0.39 0.39 0.34
multiple R2
  Vy1  Vy2  Vy3  Vy4  Vy5  Vy6
0.17 0.23 0.22 0.15 0.15 0.12
```

```
#sim 4
Multiple R
  Vy1  Vy2  Vy3  Vy4  Vy5  Vy6
0.42 0.42 0.37 0.51 0.47 0.49
multiple R2
  Vy1  Vy2  Vy3  Vy4  Vy5  Vy6
0.18 0.18 0.14 0.26 0.22 0.24
```

More predictors, more criteria

R code

```
approach <- matrix(c(rep(.7,6),rep(0,12),rep(.7,6)),ncol=2)
avoidance <- matrix(c(rep(.7,6),rep(0,12),rep(.7,6)),ncol=2)
approach
```

```
approach
      [,1] [,2]
[1,]  0.7  0.0
[2,]  0.7  0.0
[3,]  0.7  0.0
[4,]  0.7  0.0
[5,]  0.7  0.0
[6,]  0.7  0.0
[7,]  0.0  0.7
[8,]  0.0  0.7
[9,]  0.0  0.7
[10,] 0.0  0.7
[11,] 0.0  0.7
[12,] 0.0  0.7
```

Make up the model

R code

```
set.seed(17)
big <- sim.structure(fx=approach, Phi=Phi2, fy=avoidance, n=128)
lowerMat(big$model)
```

	Vx1	Vx2	Vx3	Vx4	Vx5	Vx6	Vx7	Vx8	Vx9	Vx10	Vx11	Vx12	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4
Vx1	1.00															
Vx2	0.49	1.00														
Vx3	0.49	0.49	1.00													
Vx4	0.49	0.49	0.49	1.00												
Vx5	0.49	0.49	0.49	0.49	1.00											
Vx6	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	1.00										
Vx7	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	1.00									
Vx8	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.49	1.00								
Vx9	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.49	0.49	1.00							
Vx10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.49	0.49	0.49	1.00						
Vx11	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.49	0.49	0.49	0.49	1.00					
Vx12	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	1.00				
Vy1	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00			
Vy2	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.49	1.00		
Vy3	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.49	0.49	1.00	
Vy4	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.49	0.49	0.49	1.00
Vy5	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.49	0.49	0.49	0.49
Vy6	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.49	0.49	0.49	0.49
Vy7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.10	0.10	0.10	0.10
Vy8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.10	0.10	0.10	0.10
Vy9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.10	0.10	0.10	0.10
Vy10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.10	0.10	0.10	0.10
Vy11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.10	0.10	0.10	0.10
Vy12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.10	0.10	0.10	0.10

Regressions on the model

R code

```
setCor(y = 13:24, x = 1:12, data = big$model)
```

Call: setCor(y = 13:24, x = 1:12, data = big\$model)

Multiple Regression from matrix input

Beta weights

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6	Vy7	Vy8	Vy9	Vy10	Vy11	Vy12
Vx1	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
Vx2	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
Vx3	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
Vx4	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
Vx5	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
Vx6	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
Vx7	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
Vx8	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
Vx9	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
Vx10	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
Vx11	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
Vx12	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09

Multiple R

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6	Vy7	Vy8	Vy9	Vy10	Vy11	Vy12
0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39

multiple R2

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6	Vy7	Vy8	Vy9	Vy10	Vy11	Vy12
0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15

Unweighted multiple R

Vx1	Vx2	Vx3	Vx4	Vx5	Vx6	Vx7	Vx8	Vx9	Vx10	Vx11	Vx12

regressions on the data

R code

```
setCor(y = 13:24, x = 1:12, data = big$r)
```

```
Call: setCor(y = 13:24, x = 1:12, data = big$r)
```

```
Multiple Regression from matrix input
```

```
Beta weights
```

	Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6	Vy7	Vy8	Vy9	Vy10	Vy11	Vy12
Vx1	0.19	0.06	0.02	0.19	0.11	0.27	0.07	0.00	0.04	0.00	-0.12	0.04
Vx2	0.37	-0.09	0.29	-0.02	-0.10	0.23	0.00	0.23	-0.10	-0.06	-0.03	0.16
Vx3	0.21	0.18	0.20	0.28	0.26	0.14	-0.06	-0.16	-0.10	-0.02	-0.13	-0.12
Vx4	-0.07	0.13	0.09	0.09	0.14	-0.02	0.10	0.00	0.17	0.10	0.24	0.08
Vx5	-0.08	0.10	0.02	0.12	0.04	0.02	0.00	-0.11	0.05	-0.02	-0.05	-0.14
Vx6	-0.14	0.12	-0.21	-0.09	0.03	-0.10	-0.05	-0.13	0.03	0.03	-0.04	-0.21
Vx7	-0.14	-0.26	-0.08	-0.06	0.03	-0.04	0.08	0.18	0.29	0.14	0.36	0.14
Vx8	0.21	-0.04	-0.14	-0.01	-0.02	0.04	0.01	0.11	0.13	0.16	-0.10	0.06
Vx9	-0.13	-0.24	0.00	-0.11	-0.15	-0.16	0.00	-0.12	-0.07	0.17	-0.04	0.06
Vx10	-0.03	0.03	-0.02	-0.11	0.03	0.06	-0.04	0.19	-0.03	0.03	-0.04	-0.04
Vx11	0.14	0.29	0.25	0.25	0.17	0.15	0.25	0.18	0.09	0.17	0.21	0.23
Vx12	-0.11	0.07	-0.04	0.05	-0.09	-0.22	0.29	0.11	0.02	0.07	0.17	0.17

```
Multiple R
```

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6	Vy7	Vy8	Vy9	Vy10	Vy11	Vy12
0.51	0.48	0.44	0.50	0.42	0.49	0.54	0.55	0.43	0.62	0.56	0.57

```
multiple R2
```

Vy1	Vy2	Vy3	Vy4	Vy5	Vy6	Vy7	Vy8	Vy9	Vy10	Vy11	Vy12
0.26	0.23	0.20	0.25	0.17	0.24	0.29	0.31	0.18	0.38	0.32	0.33

```
Unweighted multiple R
```

Vx1	Vx2	Vx3	Vx4	Vx5	Vx6	Vx7	Vx8	Vx9	Vx10	Vx11	Vx12
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

Factor the first model — not what we expect

R code

```
f4 <- fa(sim1$model, 4)
```

Factor Analysis using method = minres

Call: fa(r = sim1\$model, nfactors = 4)

Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix

	MR1	MR2	MR3	MR4	h2	u2	com
Vx1	0.44	0.38	0.31	-0.22	0.49	0.51	3.3
Vx2	0.44	0.38	0.31	-0.22	0.49	0.51	3.3
Vx3	0.44	0.38	0.31	-0.22	0.49	0.51	3.3
Vx4	0.44	-0.38	0.31	0.22	0.49	0.51	3.3
Vx5	0.44	-0.38	0.31	0.22	0.49	0.51	3.3
Vx6	0.44	-0.38	0.31	0.22	0.49	0.51	3.3
Vy1	0.44	0.38	-0.31	0.22	0.49	0.51	3.3
Vy2	0.44	0.38	-0.31	0.22	0.49	0.51	3.3
Vy3	0.44	0.38	-0.31	0.22	0.49	0.51	3.3
Vy4	0.44	-0.38	-0.31	-0.22	0.49	0.51	3.3
Vy5	0.44	-0.38	-0.31	-0.22	0.49	0.51	3.3
Vy6	0.44	-0.38	-0.31	-0.22	0.49	0.51	3.3

	MR1	MR2	MR3	MR4
SS loadings	2.35	1.76	1.18	0.59
Proportion Var	0.20	0.15	0.10	0.05
Cumulative Var	0.20	0.34	0.44	0.49
Proportion Explained	0.40	0.30	0.20	0.10
Cumulative Proportion	0.40	0.70	0.90	1.00

With factor correlations of

	MR1	MR2	MR3	MR4
MR1	1	0	0	0
MR2	0	1	0	0

Factor the first simulated data

R code

```
f4 <- fa(sim1$r, 4)
f4
```

Factor Analysis using method = minres

Call: fa(r = sim1\$r, nfactors = 4)

Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix

	MR2	MR1	MR4	MR3	h2	u2	com
Vx1	0.74	0.08	-0.04	-0.04	0.56	0.44	1.0
Vx2	0.61	-0.09	0.07	0.05	0.37	0.63	1.1
Vx3	0.78	0.04	0.01	0.04	0.66	0.34	1.0
Vx4	0.17	0.67	0.05	-0.01	0.58	0.42	1.1
Vx5	-0.01	0.67	0.00	0.04	0.45	0.55	1.0
Vx6	-0.04	0.70	0.00	0.02	0.48	0.52	1.0
Vy1	-0.07	0.05	0.00	0.77	0.58	0.42	1.0
Vy2	0.06	0.03	-0.04	0.63	0.42	0.58	1.0
Vy3	0.15	-0.12	0.08	0.56	0.40	0.60	1.3
Vy4	0.05	-0.04	0.87	0.00	0.73	0.27	1.0
Vy5	-0.10	0.08	0.53	0.09	0.35	0.65	1.2
Vy6	-0.11	0.19	0.57	-0.04	0.43	0.57	1.3

	MR2	MR1	MR4	MR3
SS loadings	1.66	1.54	1.44	1.37
Proportion Var	0.14	0.13	0.12	0.11
Cumulative Var	0.14	0.27	0.39	0.50
Proportion Explained	0.28	0.26	0.24	0.23
Cumulative Proportion	0.28	0.53	0.77	1.00

With factor correlations of

MR2	MR1	MR4	MR3
-----	-----	-----	-----

Replicate this with sample 2

R code

```
f4 <- fa(sim2$r, 4)
f4
```

```
f4 <- fa(sim2$r, 4)
> f4
Factor Analysis using method = minres
Call: fa(r = sim2$r, nfactors = 4)
Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix
```

	MR3	MR4	MR2	MR1	h2	u2	com
Vx1	-0.07	-0.02	0.14	0.61	0.35	0.65	1.1
Vx2	0.07	0.16	-0.15	0.58	0.49	0.51	1.3
Vx3	0.04	0.02	0.00	0.77	0.62	0.38	1.0
Vx4	0.74	-0.03	0.03	-0.03	0.57	0.43	1.0
Vx5	0.72	-0.06	-0.03	0.06	0.52	0.48	1.0
Vx6	0.62	0.09	0.04	0.00	0.40	0.60	1.1
Vy1	-0.06	0.58	-0.03	0.16	0.46	0.54	1.2
Vy2	-0.08	0.66	-0.02	0.03	0.46	0.54	1.0
Vy3	0.05	0.74	0.06	-0.01	0.56	0.44	1.0
Vy4	-0.01	-0.09	0.81	0.07	0.62	0.38	1.0
Vy5	0.02	0.13	0.59	-0.08	0.40	0.60	1.1
Vy6	0.09	0.18	0.60	-0.09	0.47	0.53	1.3

	MR3	MR4	MR2	MR1
SS loadings	1.51	1.51	1.45	1.45
Proportion Var	0.13	0.13	0.12	0.12
Cumulative Var	0.13	0.25	0.37	0.49
Proportion Explained	0.25	0.25	0.24	0.25
Cumulative Proportion	0.25	0.51	0.75	1.00

R code

```
f4b <- fa(big$r,4)
f4b
```

```
Factor Analysis using method = minres
Call: fa(r = big$r, nfactors = 4)
Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix
```

	MR1	MR3	MR2	MR4	h2	u2	com
Vx1	0.10	0.15	0.56	-0.05	0.43	0.57	1.2
Vx2	-0.06	0.05	0.76	0.03	0.60	0.40	1.0
Vx3	0.26	0.16	0.62	-0.13	0.59	0.41	1.6
Vx4	0.08	0.01	0.74	0.11	0.60	0.40	1.1
Vx5	-0.02	0.06	0.62	-0.02	0.41	0.59	1.0
Vx6	-0.10	-0.06	0.84	-0.02	0.67	0.33	1.0
Vx7	0.63	-0.12	0.11	0.18	0.58	0.42	1.3
Vx8	0.74	0.01	-0.04	-0.01	0.53	0.47	1.0
Vx9	0.79	-0.08	0.04	0.00	0.63	0.37	1.0
Vx10	0.65	0.00	0.01	0.04	0.45	0.55	1.0
Vx11	0.73	0.14	-0.12	0.07	0.61	0.39	1.2
Vx12	0.70	-0.06	0.08	0.10	0.60	0.40	1.1
Vy1	0.03	0.64	0.04	-0.07	0.44	0.56	1.0
Vy2	-0.14	0.73	0.04	0.06	0.56	0.44	1.1
Vy3	-0.01	0.73	-0.02	0.09	0.53	0.47	1.0
Vy4	0.15	0.74	0.04	-0.10	0.60	0.40	1.1
Vy5	0.00	0.73	0.01	0.05	0.55	0.45	1.0
Vy6	-0.13	0.69	0.06	0.01	0.51	0.49	1.1
Vy7	0.11	0.05	0.05	0.65	0.54	0.46	1.1
Vy8	0.09	0.00	-0.07	0.67	0.53	0.47	1.1
Vy9	-0.10	-0.05	0.15	0.72	0.46	0.54	1.1
Vy10	0.28	0.07	0.02	0.57	0.61	0.39	1.5
Vy11	-0.04	-0.01	-0.01	0.83	0.64	0.36	1.0
Vy12	0.12	0.06	-0.14	0.69	0.61	0.39	1.2